

- **Contexte historique**
- **Fonctions radar**
- **Transformée de Fourier**

Jean-Claude Souyris, CNES
Service Altimétrie et Radar

Rapide historique

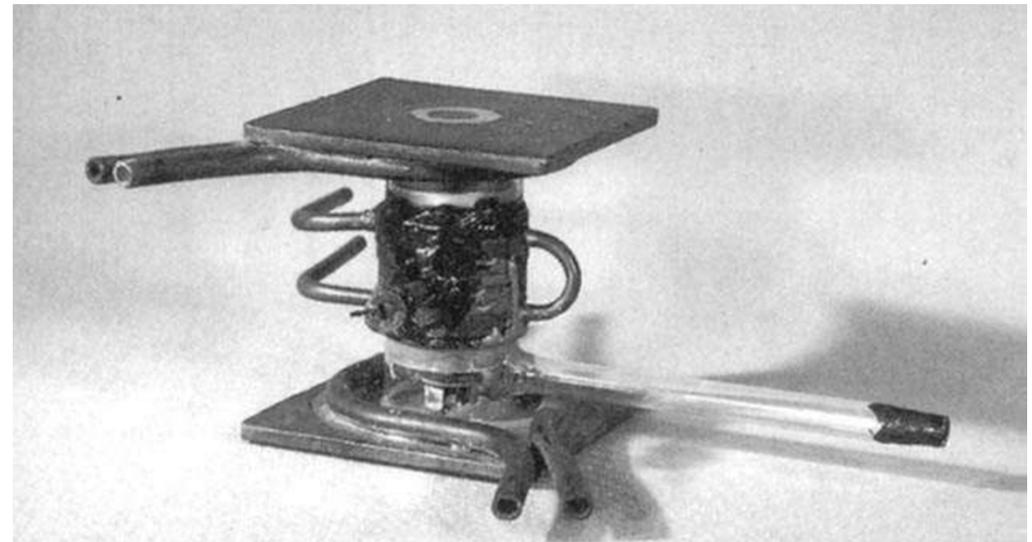
- ◆ **1886 : H. Hertz → Expériences ondes E.M. (Equations Maxwell : 1873)**

... sans oublier les contributions de Faraday (1791-1867)

- ◆ **1904 : brevet Hülsmeier "détecteur d'obstacles à ondes radio continues" (observations de navires sur le Rhin)**

- ◆ **1912 : Naufrage Titanic**

- ◆ **1921 : Premiers magnétrons** →
(Hull, General Electric) – oscillation diode placée dans un champ magnétique axial

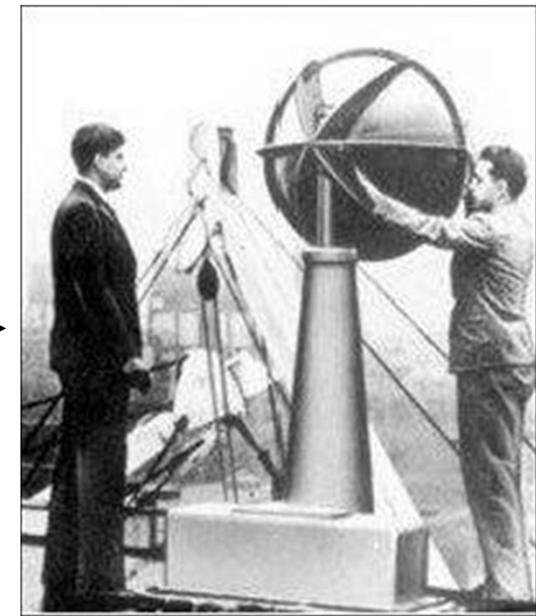


- ◆ **20/07/1934 : Compagnie Générale de Télégraphie Sans Fil (H. Gutton) : brevet « d'un dispositif de détection d'objets mobiles tels qu'avions, navires, icebergs... utilisant des ondes radio-électriques ultra-courtes produites par un magnétron ».**

→ **Radar de surveillance maritime**

Rapide historique

- ◆ **RADAR = RA**dio **D**etection **A**nd **R**anging "Détection et mesures par moyens radioélectriques »
- ◆ Apparition simultanée USA, GB, Allemagne et France en 1930-1935.
- ◆ Objectifs : suppléer aux faiblesses de la Radio-Navigation pour la détection d'objectifs hostiles ou non coopératifs.
- ◆ France (1936) : Radar anti-collision sur le Normandie (mesure des variations de phase en présence d'obstacles) →
- ◆ USA, GB et Allemagne (1940) : Premiers systèmes impulsionnels opérationnels. →



Radar allemand
Arromanches, 1944

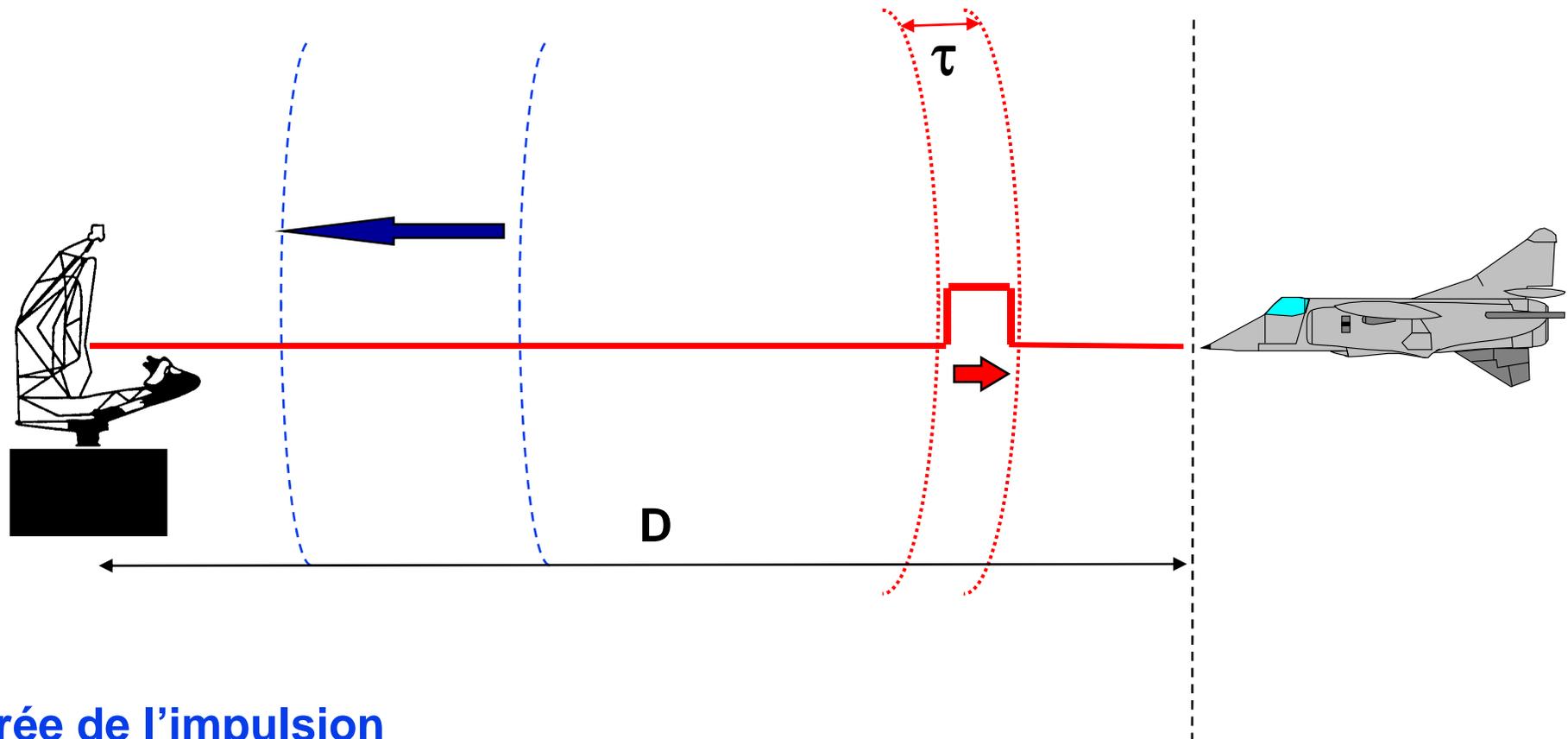
- ◆ **Fréquence de fonctionnement :**
 - **30 MHz à 600 MHz ($\lambda=10\text{m}$ à $0,5\text{ m}$) jusqu'en 1940**
 - **Passage à la bande S ($\lambda=10\text{cm}$) en 1945 qui permet la réalisation de dispositifs plus précis car plus directifs.**

- ◆ **Les fonctions remplies :**
 - **Radar anti-collision**
 - **Radar de veille (portée de 100 km)**
 - **Premiers radars de conduite de tir ($\lambda=30\text{cm}$ à 1 m)**

- ◆ **Progrès très importants de 1940 à 1945 :**
 - **Technologiques**
 - **Traitement du signal**

Radar impulsionnel

- ◆ Mesure de distance par estimation d'un temps de propagation aller-retour d'une impulsion

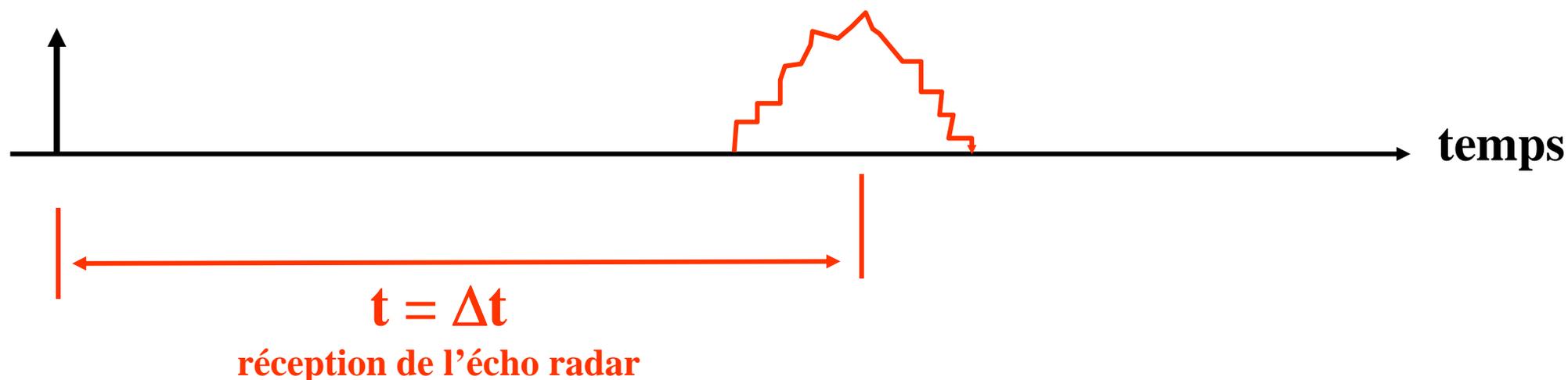


τ = durée de l'impulsion

Radar impulsionnel

→ Chronogramme d'une impulsion

émission d'une
impulsion radar
instantanée



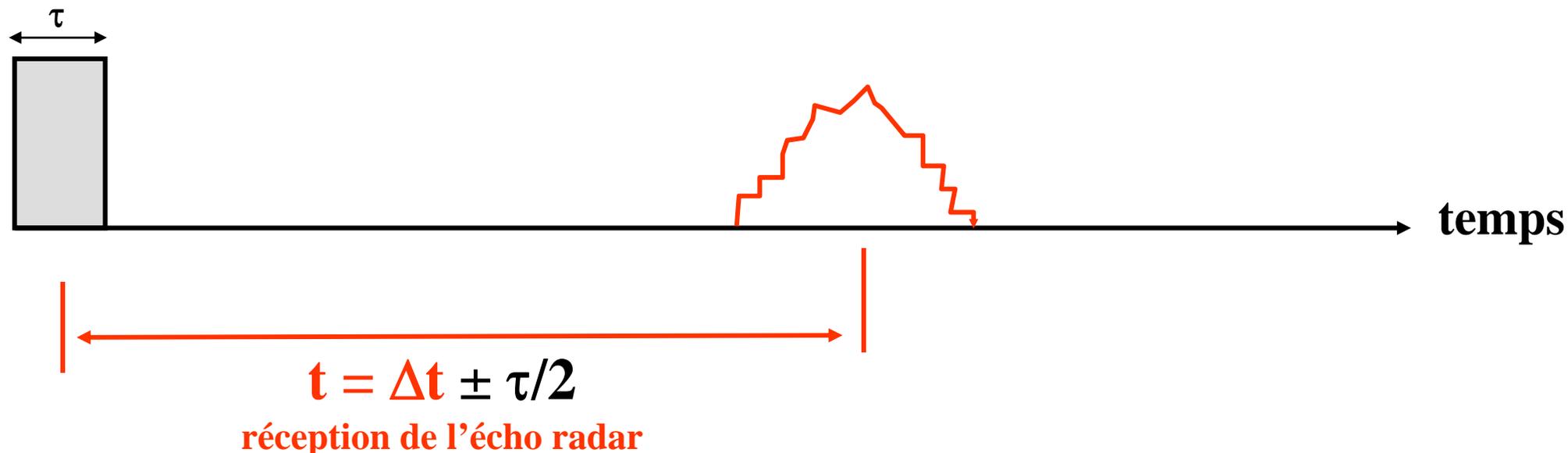
→ Distance cible radar : $d = c.\Delta t/2$

→ **Mesure de temps** transformée en **information de distance**

Radar impulsif

→ Chronogramme d'une impulsion

émission d'une
impulsion radar
de largeur τ



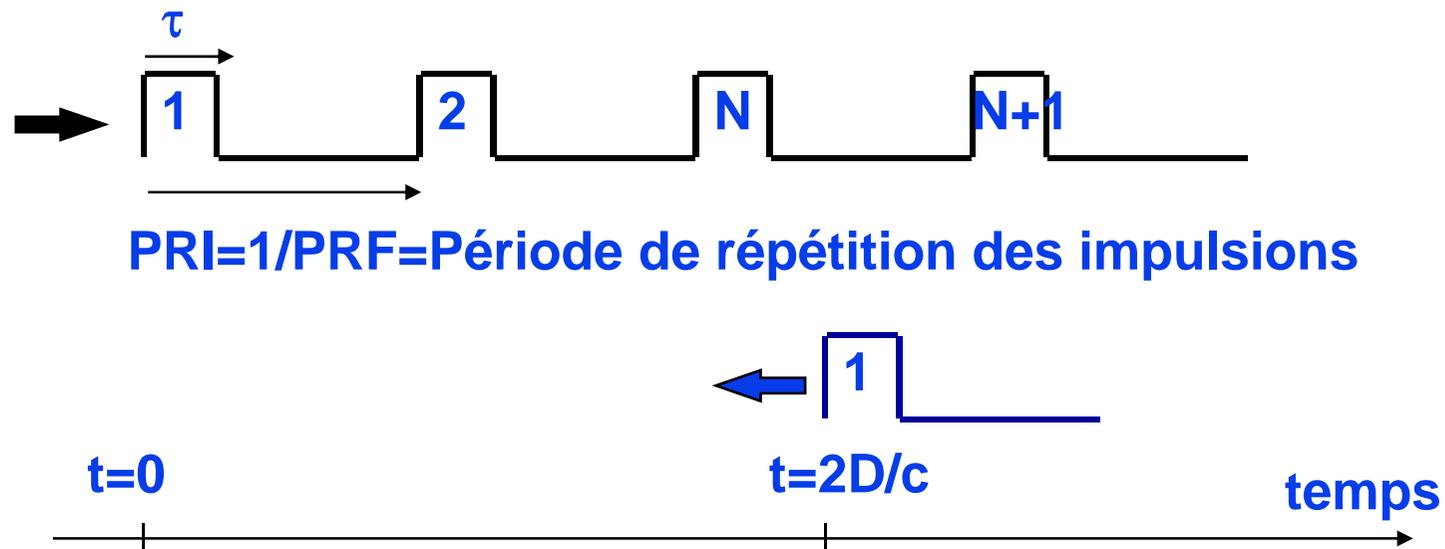
→ Distance cible radar : $d = c.\Delta t/2 \pm c.\tau/2$

→ **Mesure de temps** transformée en **information de distance**

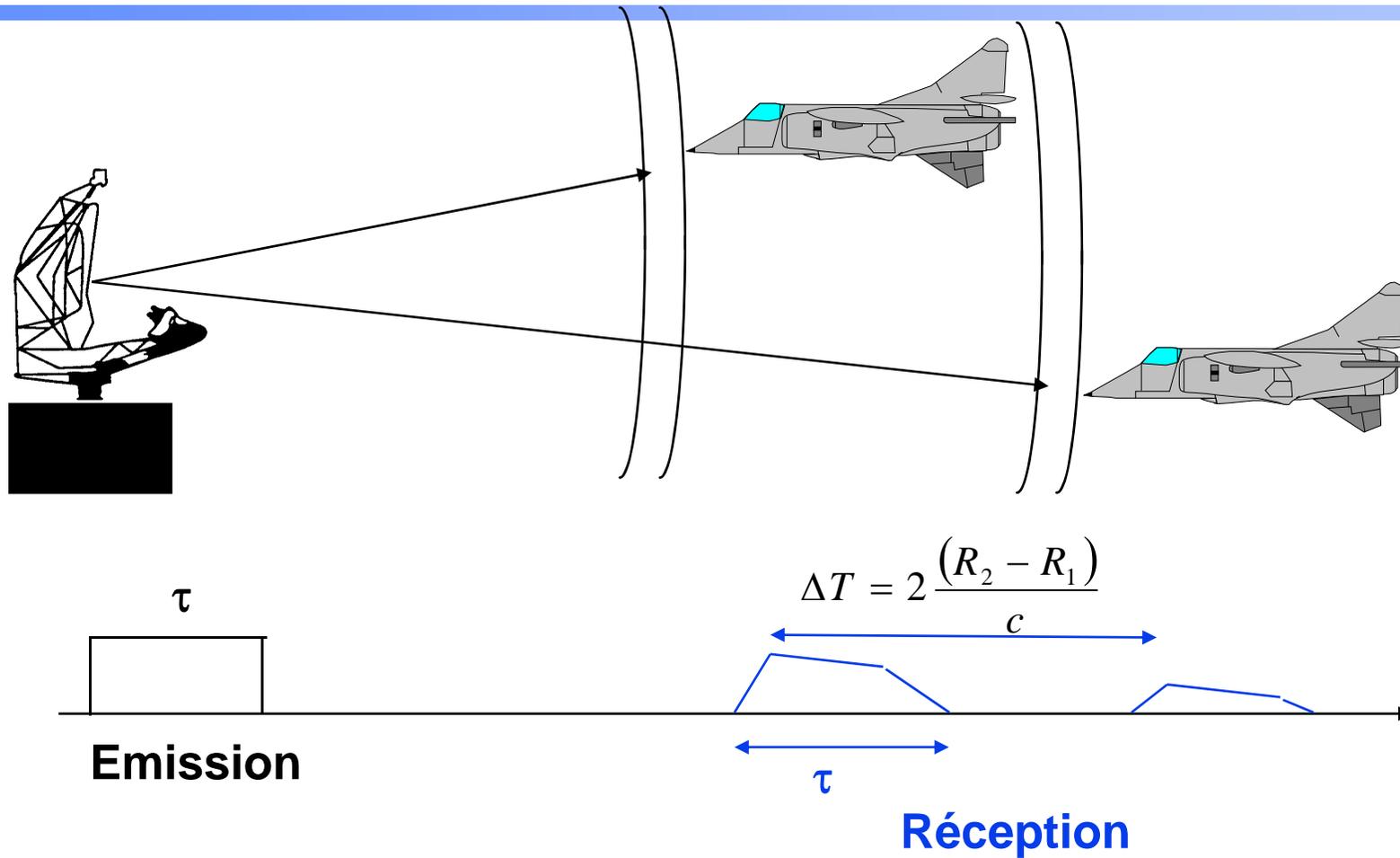
incertitude liée à la longueur de l'impulsion (compromis précision / bilan de liaison)

Radar impulsif

- ◆ **Rafraîchissement de l'information de présence de l'objet** → **Train d'impulsions**
- ◆ **Emission et réception non simultanées**
 - Utilisation possible de la même antenne
 - Synchronisation nécessaire



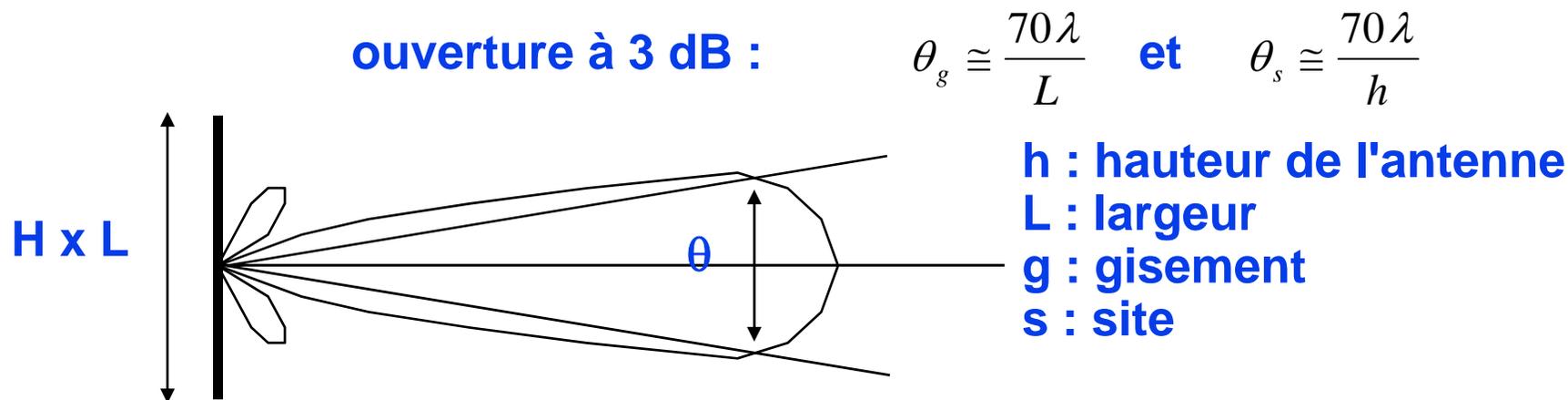
Pouvoir discriminateur en distance



Pouvoir discriminateur en distance des deux cibles : $\Delta R = c \frac{\tau}{2}$
ou résolution distance

Pouvoir discriminateur angulaire

- ◆ Distance seule insuffisante pour localiser
- ◆ Utilisation d'une mesure angulaire
 - L'utilisation d'une antenne permet de concentrer l'énergie émise et reçue dans une direction particulière de l'espace



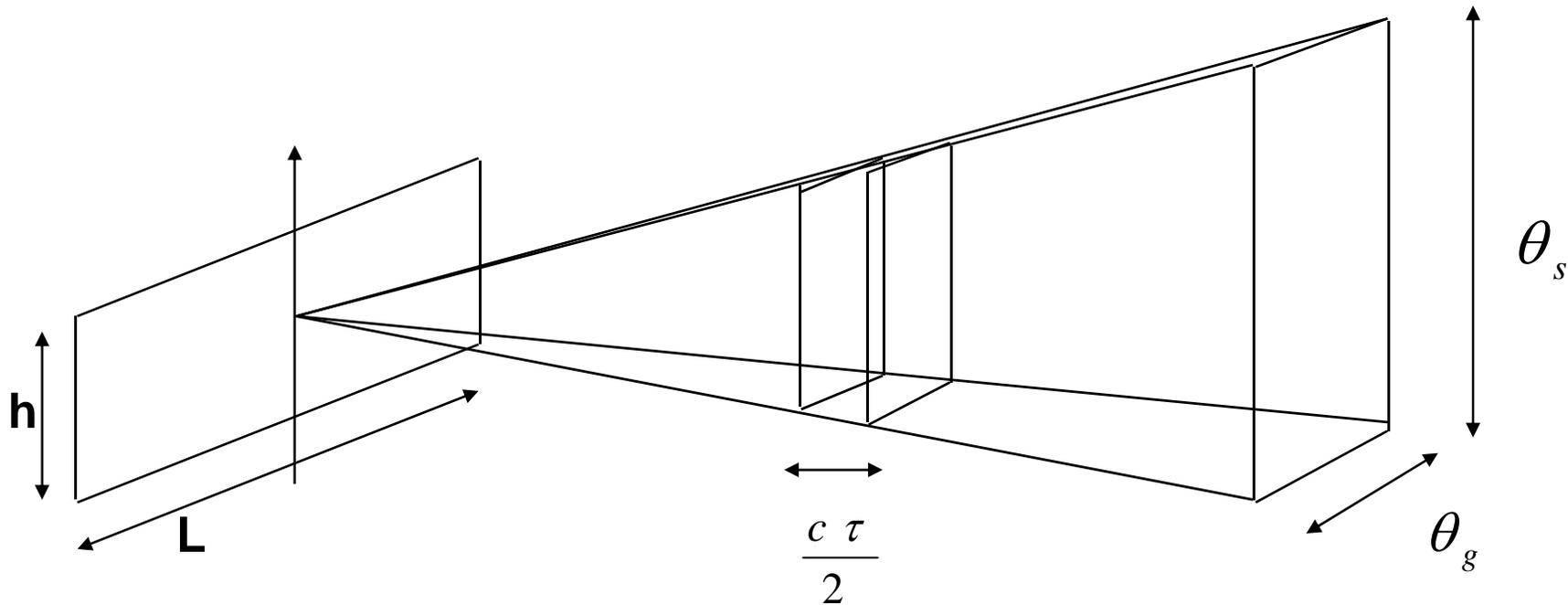
NB: A surface d'antenne identique, on diminue λ pour accroître le pouvoir discriminateur angulaire

Volume de confusion

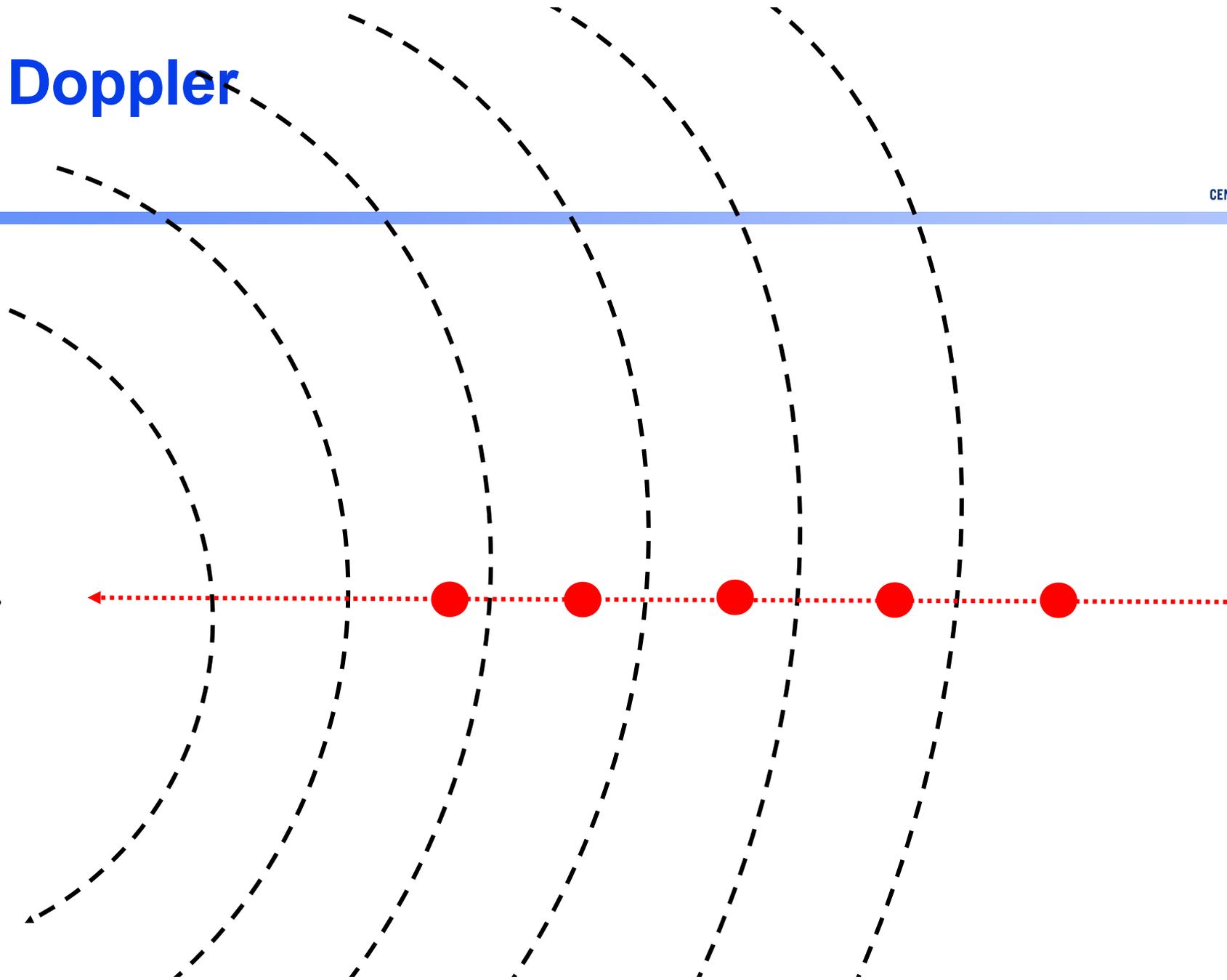
Calcul du gain de l'antenne :

$$G = \frac{K}{\theta_s \cdot \theta_g} \text{ avec } 15000 \leq K \leq 30000$$

avec θ_s et θ_g en degrés



Effet Doppler



Effet de « compression » de l'onde lorsqu'une cible se rapproche de l'antenne émettrice (et inversement)

◆ **Signal Radar émis :** $s(t) = u(t) \cdot e^{j\omega_0 t}$

$U(t)$: modulation d'amplitude ou de phase de la porteuse ω_0

◆ **Signal Radar reçu :** $r(t) = A \cdot s(t - \tau(t))$

τ dépend du temps puisque la cible est mobile

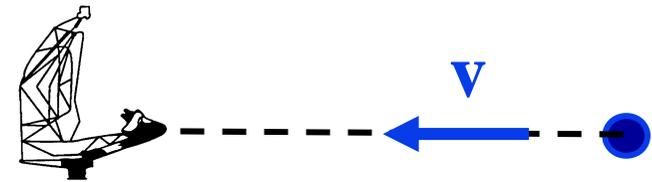
A coefficient d'atténuation (propagation)

◆ **Cible en translation :** $R(t) = R_0 - vt$

R_0 distance Radar-cible à $t=0$

◆ **Expression du retard :**

$$\tau(t) = \frac{2}{c} \cdot (R_0 - vt)$$



Effet Doppler

Effet sur la porteuse : $e^{j\omega_0(t-\tau(t))} = e^{j\phi(t)} = e^{j2\pi f_0 t} \cdot e^{-j2\pi f_0 \tau(t)}$

Avec : $\tau(t) = \frac{2}{c} \cdot (R_0 - vt)$

Après démodulation de la porteuse f_0

$$f_d = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d\phi(t)}{dt} = 2 \left(\frac{v}{c} \right) f_0 = \frac{2v}{\lambda}$$

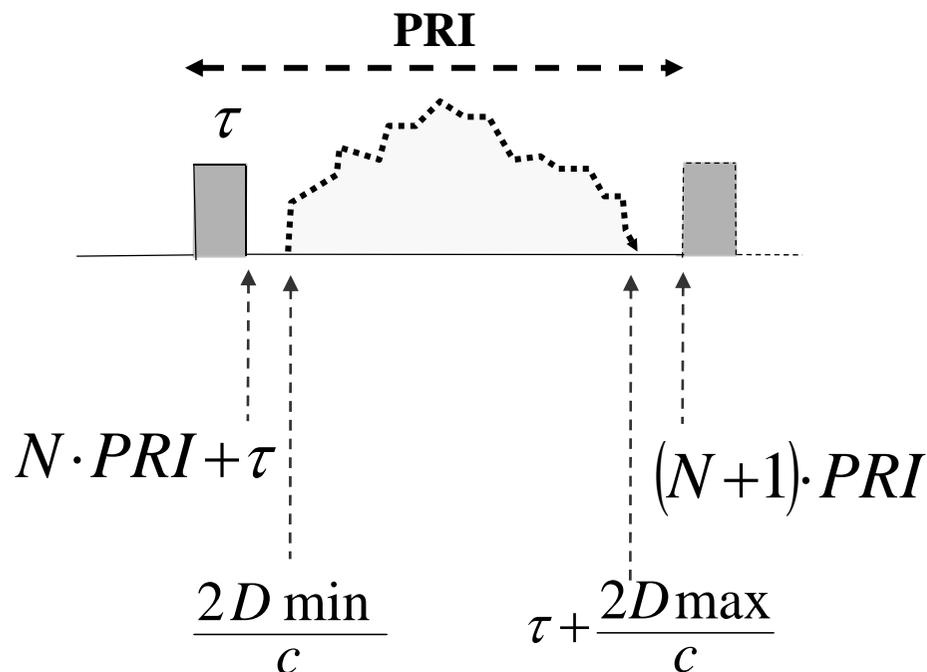
→ La mesure du décalage Doppler fournit la vitesse radiale de la cible

Rem (par intégration) : $\Delta\phi(t) = 2\pi \cdot f_d \cdot \Delta T + \phi_0$

Dynamique d'observation en distance

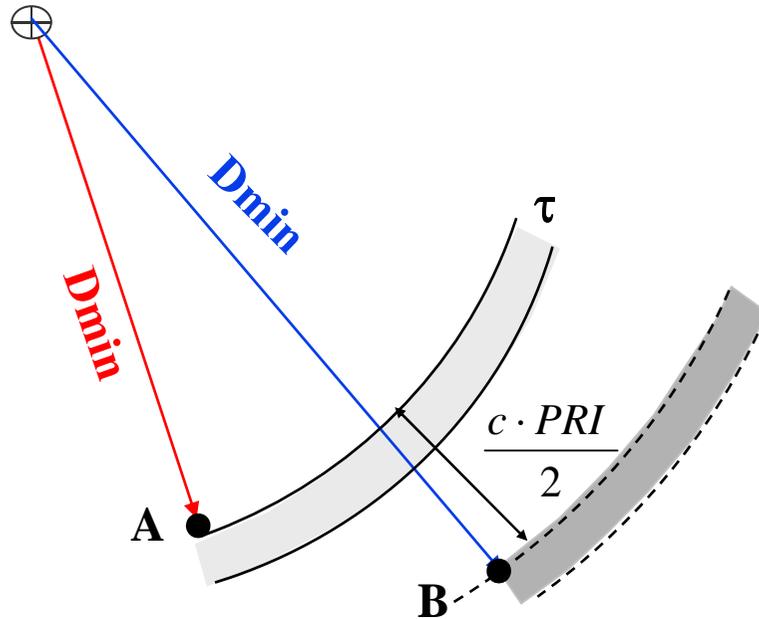
- ◆ Observation de cibles situées entre D_{\min} et D_{\max}
- ◆ Période de répétition des impulsions (PRI) choisie telle que :

$$\frac{2D_{\min}}{c} > N \cdot PRI + \tau \quad \text{et} \quad (N+1) \cdot PRI > \tau + \frac{2D_{\max}}{c} \quad N = \text{Rang d'ambiguïté}$$



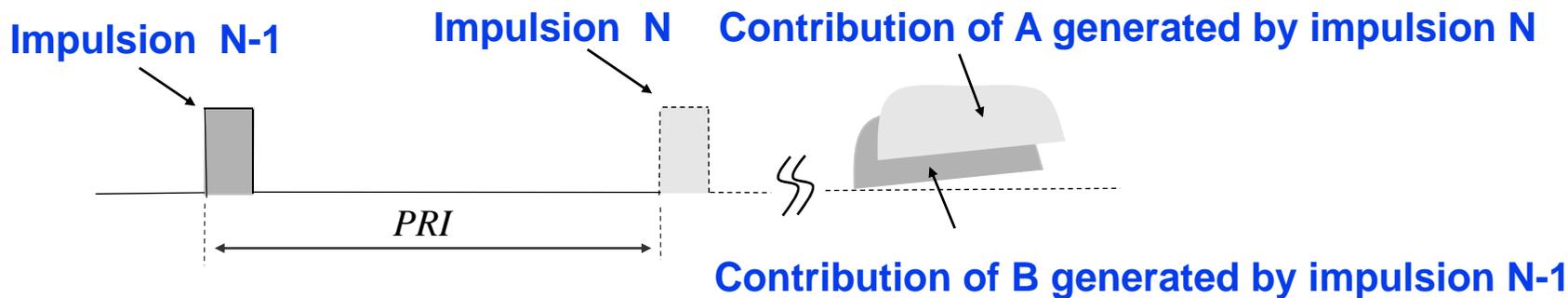
Le radar n'émet pas pendant la période d'écoute

Distance d'ambiguïté (radar impulsif)



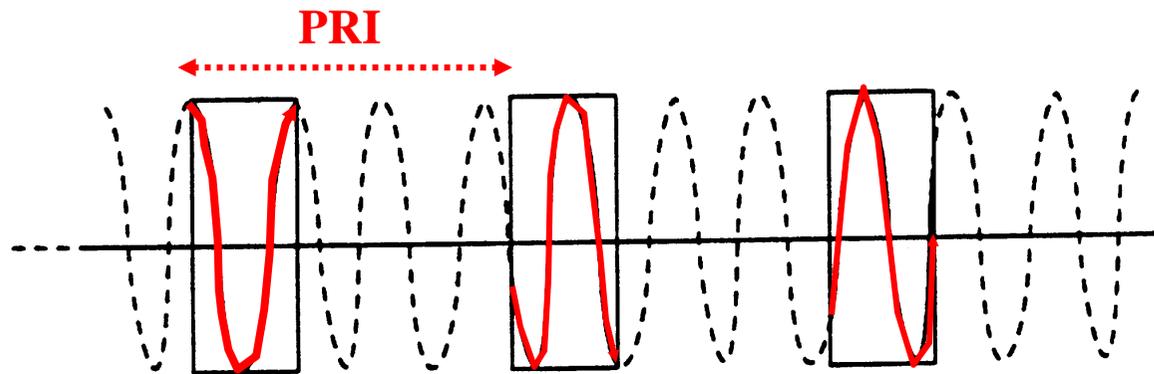
Distance d'ambiguïté :
$$D_a = \frac{c \cdot PRI}{2}$$

- Toutes les cibles situées à $N \cdot D_a$ sont confondues
- N = rang d'ambiguïté, limité par la portée du Radar (cf bilan de liaison)



◆ Effet Doppler d'une impulsion à l'autre (radar cohérent) :

- Vitesse radiale de la cible estimée toutes les PRI secondes.
- Effet de déphasage de la porteuse d'une impulsion à la suivante :



$$\Delta\varphi = 2\pi f_d PRI = (4\pi / \lambda) v PRI$$

En résumé :

- Retard sur la modulation : $2R_0/c$
- Décalage de la fréquence reçue par effet Doppler : $2v/\lambda$
- Déphasage d'une impulsion à la suivante : $(4\pi/\lambda)vPRI$

◆ D'une impulsion à la suivante la rotation de phase vaut :

$$\Delta\phi = 2\pi f_d \cdot PRI = \frac{2\pi}{\lambda} 2v \cdot PRI$$

◆ La phase étant ambiguë à 2π près, la vitesse ambiguë vaut :

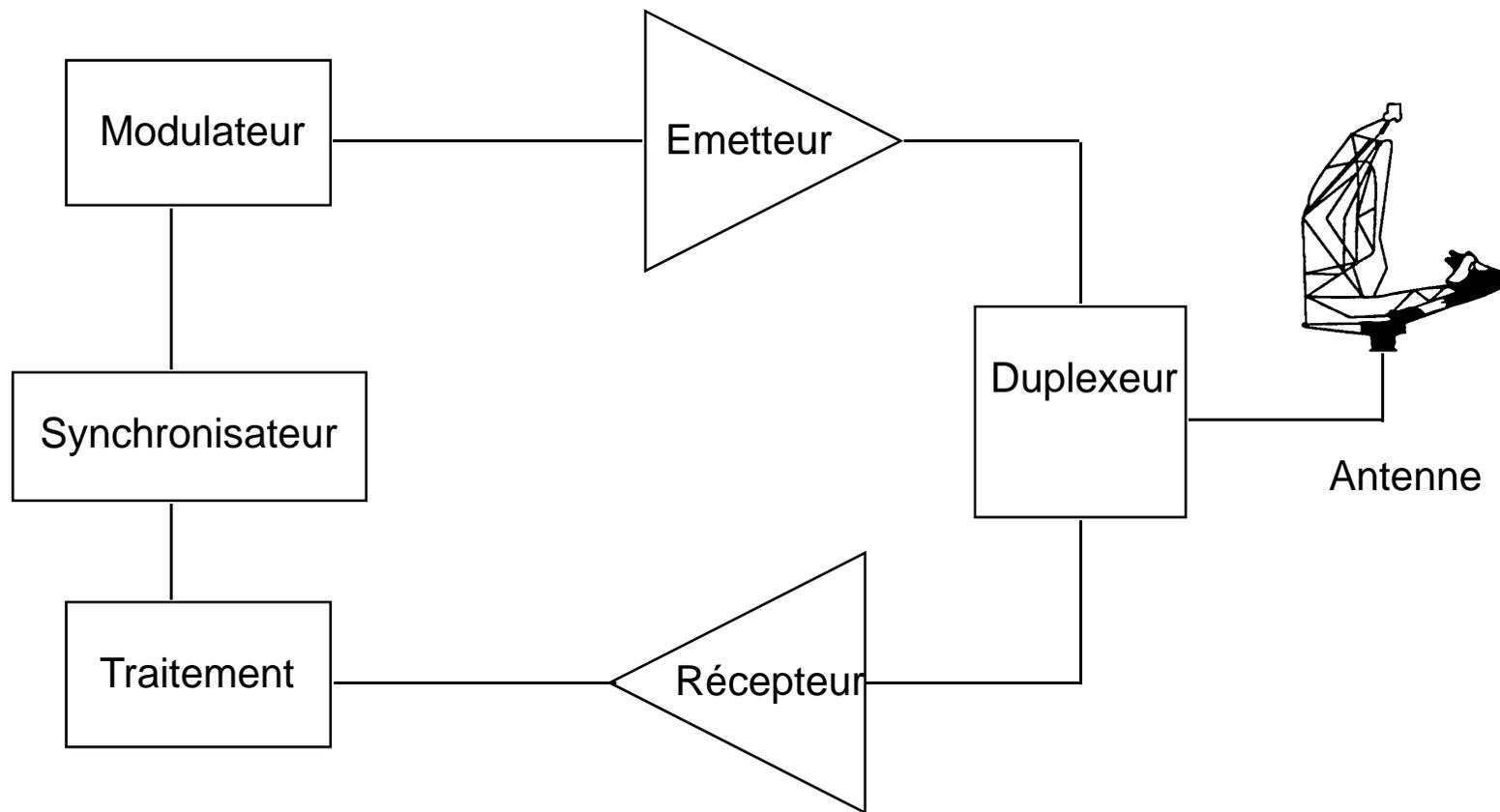
$$v_a = \frac{\lambda \cdot PRF}{2} \qquad PRF = \frac{1}{PRI}$$

NB : Le produit de l'ambiguïté distance et l'ambiguïté vitesse est constant :

$$\Rightarrow v_a \times D_a = \frac{\lambda \cdot PRF}{2} \times \frac{c \cdot PRI}{2} = \frac{\lambda c}{4}$$

Ex: $f_0=10\text{GHz}$ (3 cm), $PRF=10\text{kHz}$ (100 μs) $\Rightarrow V_a=150\text{m/s}$ $D_a=15\text{km}$

Composition d'un Radar



Composition d'un Radar

- ◆ **Antenne** : Concentration de l'énergie dans une direction de l'espace
- ◆ **Duplexeur** : Aiguilleur électronique, isolation du récepteur à l'émission, perte minimale en réception.
- ◆ **Emetteur** : tube d'émission (klystron, TOP), amplificateur à état solide...
génération de l'impulsion hyperfréquence
- ◆ **Modulateur** : stockage de l'énergie entre deux impulsions et mise en forme de l'impulsion (modulation d'impulsion)
- ◆ **Récepteur** : Amplification, transposition de fréquence, filtrage adapté, estimation des paramètres de la cible ...
- ◆ **Traitement** : Exploitation et mise en forme des informations fournies par le récepteur ...
- ◆ **Synchronisateur** : Définition des instants d'émission et de réception.
Distribution d'horloge.

I. PERIODIC FUNCTION

“Any real deterministic, square integrable signal , with period T , can be described by superposing a set of discrete sine wave functions” :

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X_k \cdot \exp\left(j \cdot 2 \cdot \pi \cdot k \cdot \frac{t}{T}\right)$$

With :

$$X_k = \frac{1}{T} \cdot \int_{\alpha}^{\alpha+T} s(t) \cdot \exp\left(-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot k \cdot \frac{t}{T}\right) \cdot dt$$

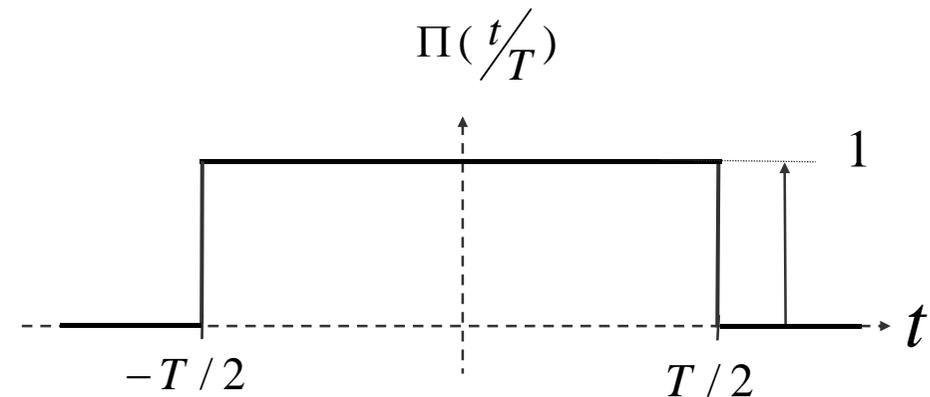
II. NON PERIODIC FUNCTION

The concept of Fourier series can be extended to non-periodic real functions.

For this, we introduce a 'gate' function such that:

$$s(t, T) = s(t) \cdot \Pi\left(\frac{t}{T}\right)$$

$s(t, T)$ is a periodic function of period T :



Taking the limit :

$$s(t) = \lim_{T \rightarrow +\infty} s(t, T) \cdot \Pi\left(\frac{t}{T}\right)$$

... The spectrum of rays becomes denser as T increases, so that at the limit we end up with a continuous spectrum of rays.

II. NON PERIODIC FUNCTION

... Thus the *non-periodic* signal is described in the frequency domain by the superposition of an *infinity* of sine waves whose amplitudes are : $|S(f)| \cdot df$

The Fourier transform $S(f)$ of $s(t)$ is given by :

$$S(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \cdot \exp(-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot t) \cdot dt$$

With :

$$s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(f) \cdot \exp(j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot t) \cdot df$$

FOURIER TRANSFORM : Properties

- $\forall (\alpha, \beta) \in \mathbb{C}^2, \alpha \cdot s(t) + \beta \cdot u(t) \rightarrow \alpha \cdot S(f) + \beta \cdot U(f)$ **(linearity)**

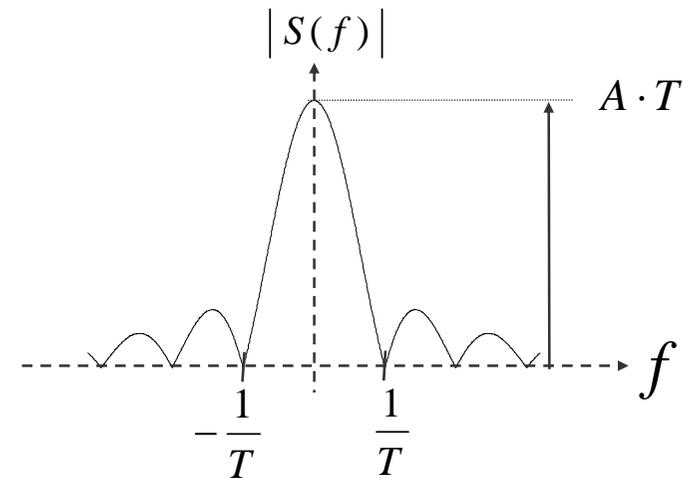
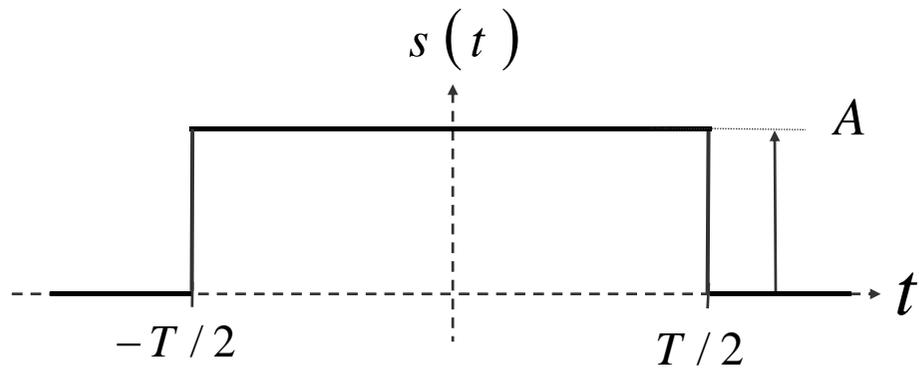
- $s(t) \cdot u(t) \rightarrow S(f) * U(f)$

With :
$$s(t) * u(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t') \cdot u(t - t') \cdot dt'$$

- $s(t - a) \rightarrow \exp(-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot a) \cdot S(f)$

- $\exp(j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_d \cdot t) \cdot s(t) \rightarrow S(f - f_d)$

FOURIER TRANSFORM

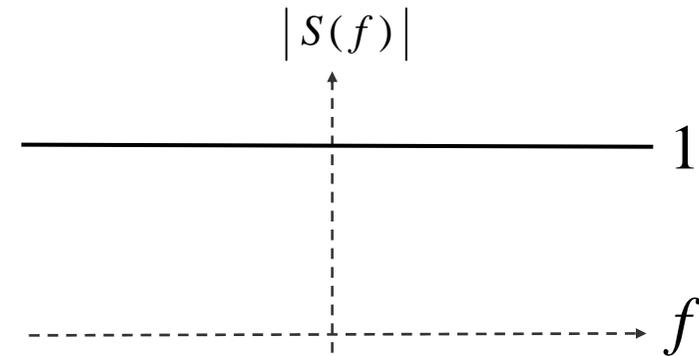
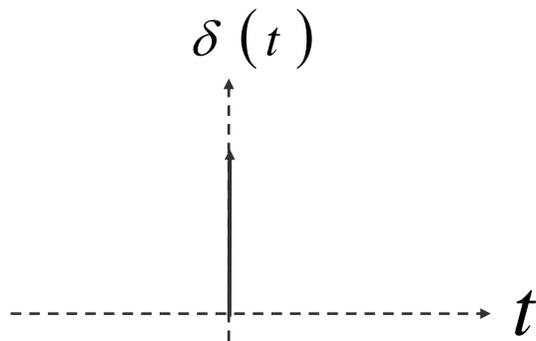


GATE FONCTION



SINC FONCTION

FOURIER TRANSFORM

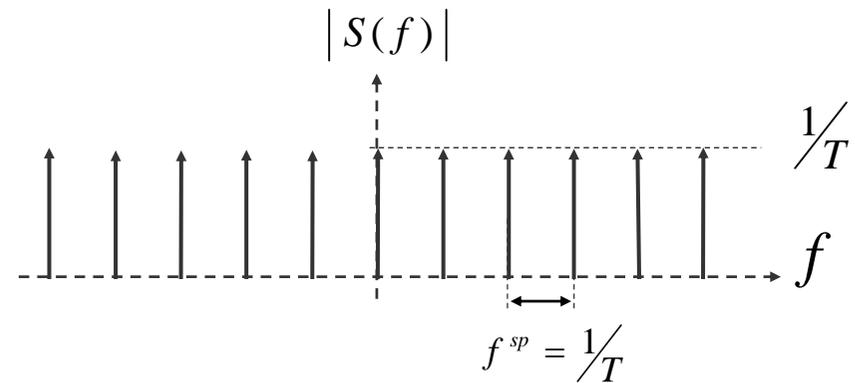
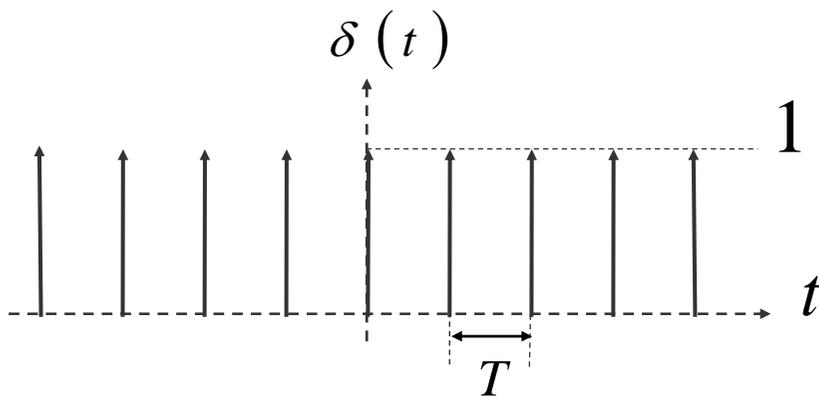


DIRAC FONCTION



Constant FONCTION

FOURIER TRANSFORM

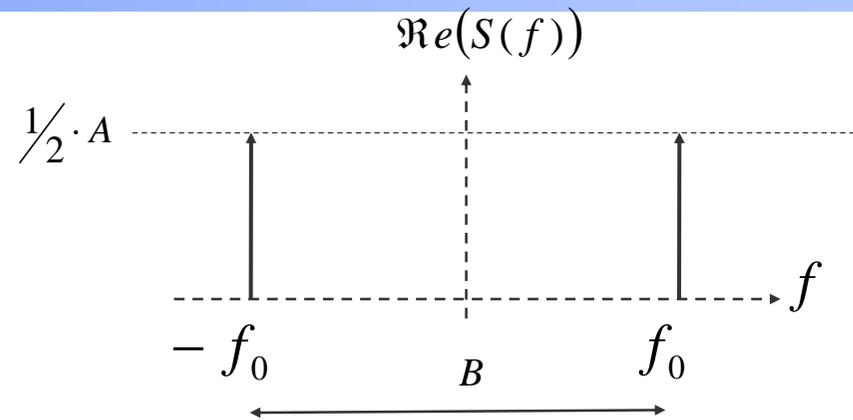
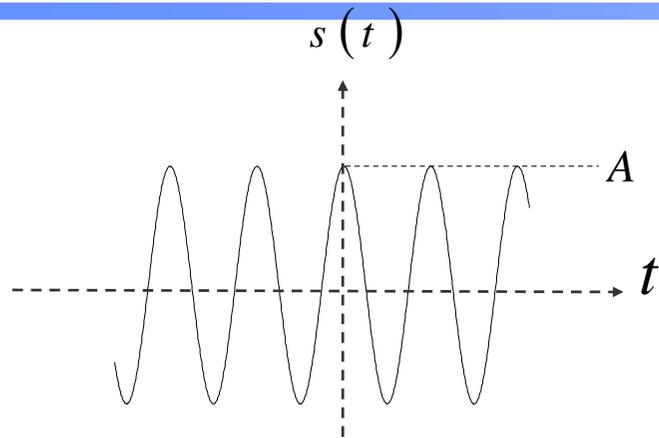


COMB FONCTION (T)



COMB FONCTION (1/T)

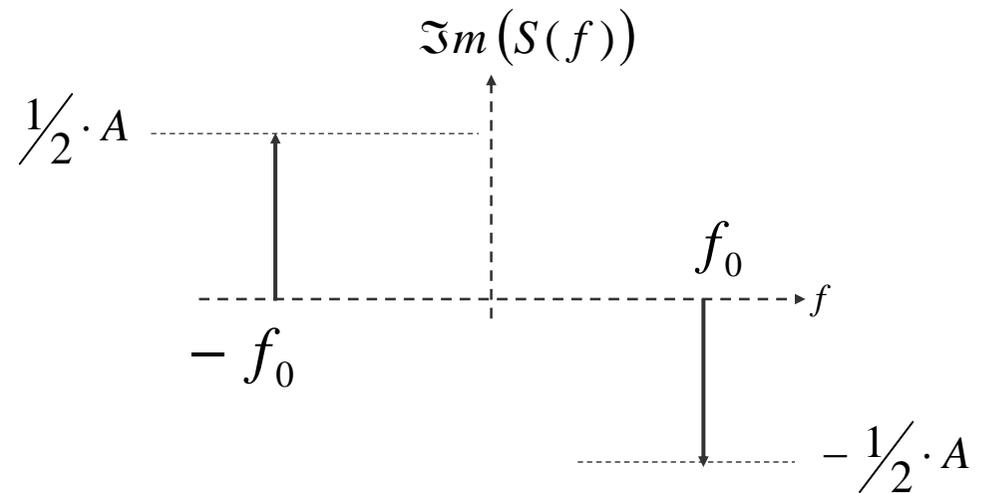
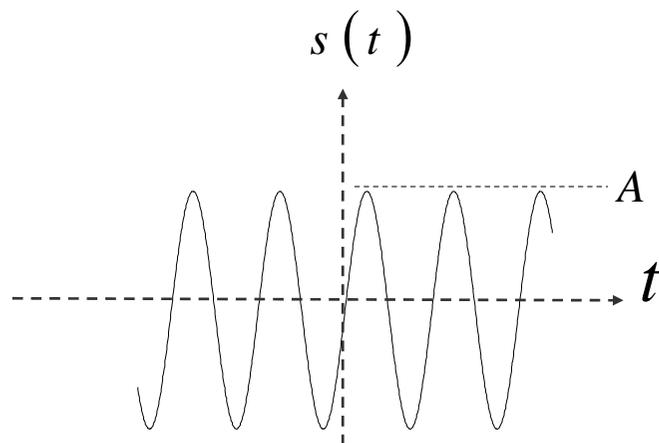
FOURIER TRANSFORM



COS FONCTION (f₀)



Sym AIR DIRAC (f₀)

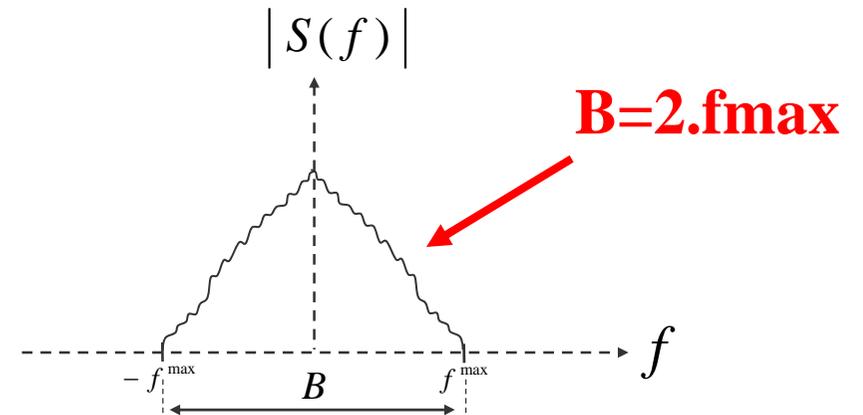
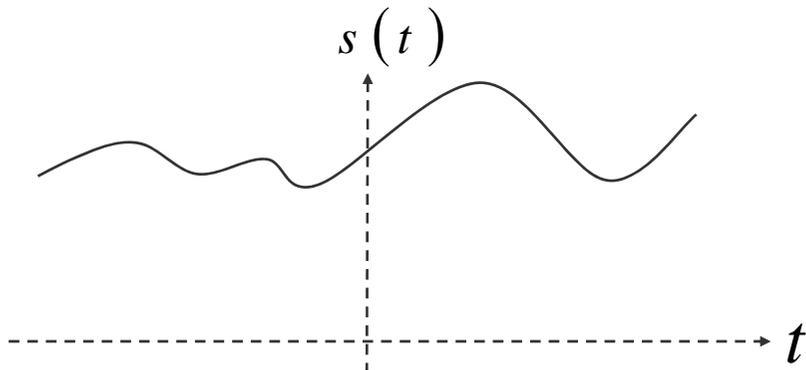


COS FONCTION (f₀)



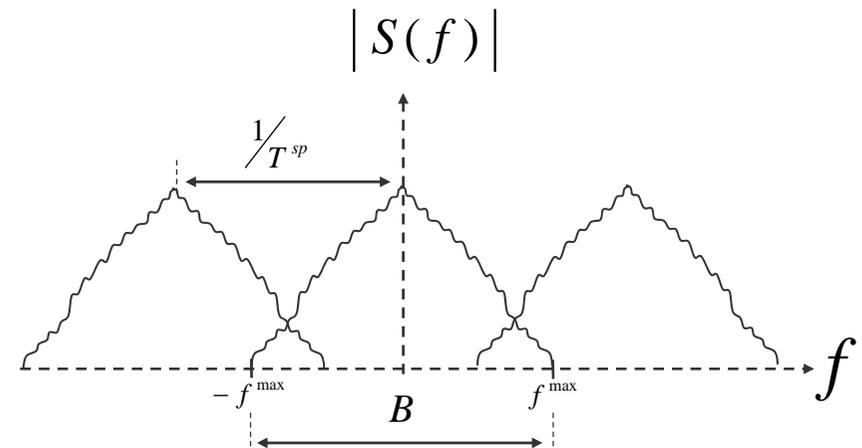
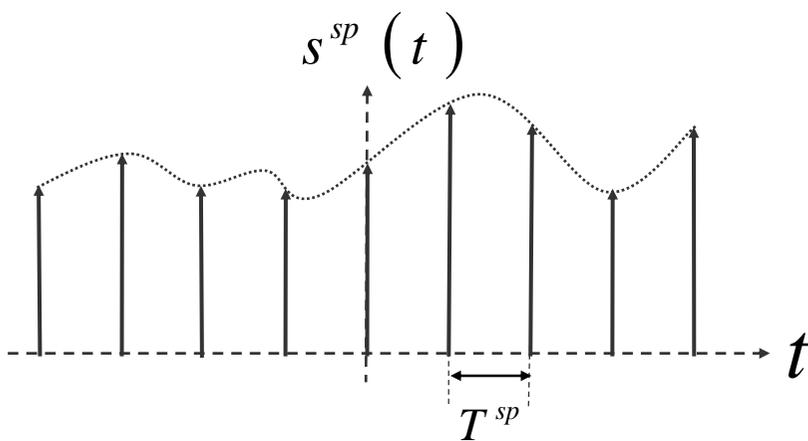
Anti-Sym - PAIR DIRAC (f₀)

FOURIER TRANSFORM



$s(t)$ – limited bandwidth

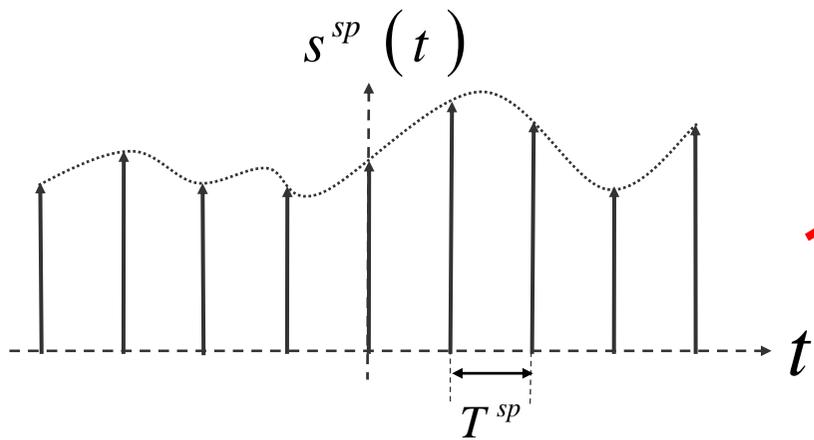
$S(f)$



Sampling of $s(t)$

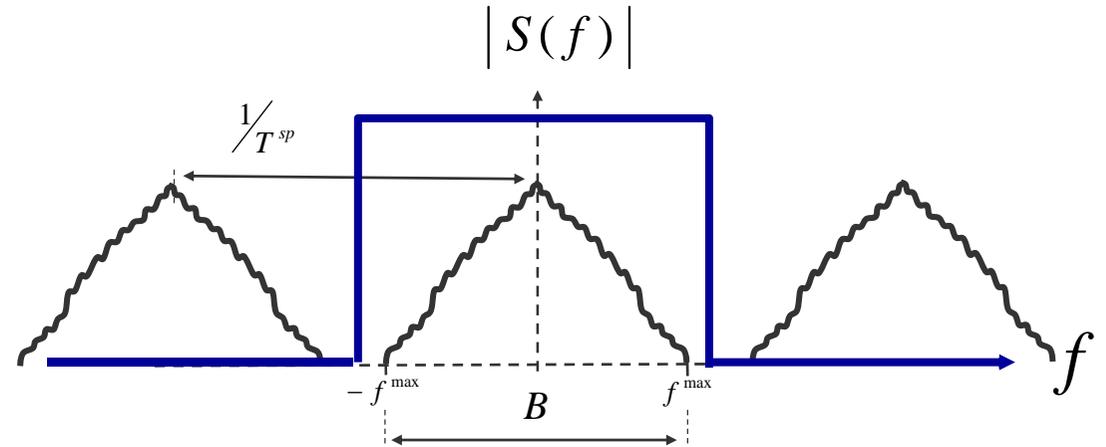
Periodic $S(f)$

FOURIER TRANSFORM : sampling theorem (Shannon)

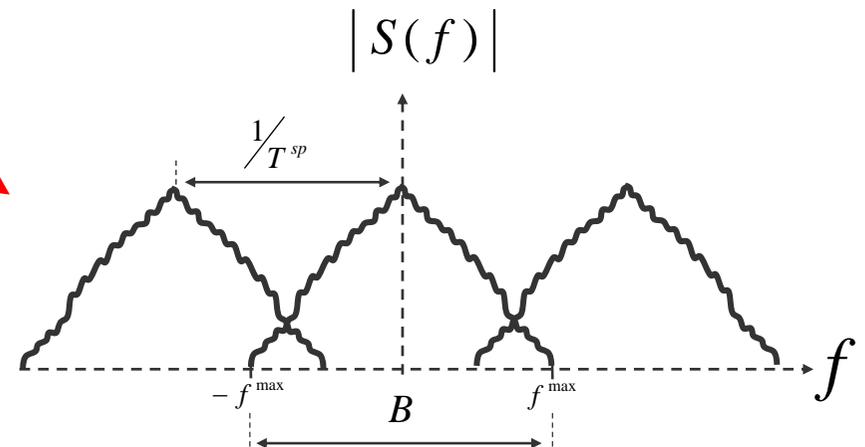


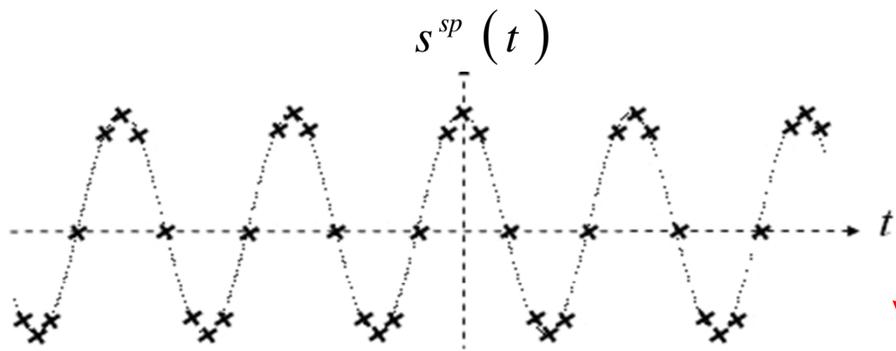
Correct sampling : $1/T > B$

OK



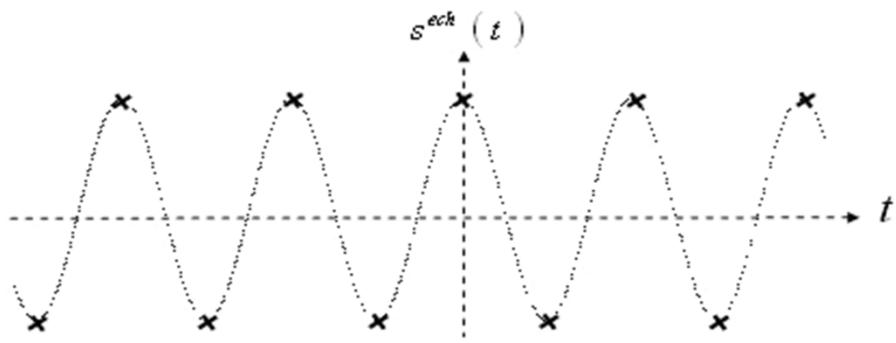
NOK





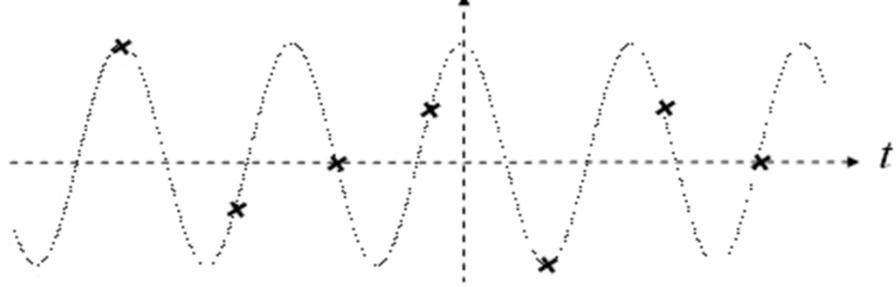
OK ($F_{ech} > 2.f_0$)

$s^{sp}(t)$



NOK

$s^{sp}(t)_t$



FOURIER TRANSFORM :
sampling theorem
applied to a sine
function