

BRUIT.

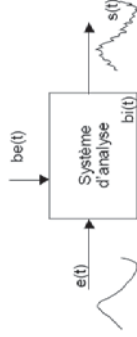
d'après Olivier Français, cours de l'ESIEE

Définition

Dans toute mesure ou transmission de signal, on observe des signaux d'origines multiples (rayonnement, effet d'antenne, bruit des composants...) qui se superposent à l'information recherchée. Ce bruit se traduit par l'apparition de signaux erratiques qui génèrent des tensions ou courants parasites et se rajoutent au signal utile.

Le bruit est donc un signal indésirable qui vient perturber l'information utile. Il peut être de deux origines :

- Externe au système : c'est le cas des perturbations électromagnétiques (50Hz Phénomène d'antenne, de diaphonie...). Il est toujours possible de minimiser leur effet par des blindages appropriés ou des filtrages appropriés.
- Interne au système : Ce bruit est généré par les composants eux-mêmes. Il ne peut être éliminé.



Outils mathématiques associés à l'étude des bruits en électronique

A la différence d'une variable aléatoire, un bruit en électronique possède une valeur aléatoire qui fluctue dans le temps. Par contre, ce bruit possède des propriétés statistiques qui sont invariantes dans le temps et le rendent indépendants du temps. On dit qu'il est stationnaire et ergodique (moyenne temporelle = moyenne statistique).

Représentation temporelle

La valeur moyenne est nulle :

$$\dots \quad (1)$$

Par contre, la valeur quadratique moyenne (notée $\dots$) est non nulle et peut servir à sa caractérisation.

La valeur quadratique moyenne n'est autre que le carré de la valeur efficace du signal associé au bruit. $\dots$ (2)

$$\dots \quad (3)$$

Le bruit est associé soit à une source de tension v_b soit à une source de courant i_b représenté par :



On caractérise ces sources par leur tension efficace ou courant efficace en utilisant la puissance moyenne réduite de bruit, puissance calculée sur une résistance de 1Ω

$$\dots \quad (4)$$

En tout point du circuit, ce bruit est toujours ramené aux propriétés du signal par le calcul du rapport de la puissance du signal sur la puissance de bruit (SNR)

$$(SNR)_{dB} = 10 \log \frac{P_s}{P_b} \quad (5)$$

Où les puissances calculées correspondent à la puissance réduite des signaux et sont donc les valeurs quadratiques moyennes du signal et du bruit. L'influence du bruit sur le signal sera d'autant plus faible que le $(SNR)_{dB}$ sera grand.

Le calcul de la puissance réduite de bruit peut se faire à partir du comportement en fréquence du bruit au travers du système.

Représentation fréquentielle

On caractérise les bruits par leur Densité Spectrale de Puissance (DSP).

$$\dots \quad (6)$$

Elle correspond à la répartition en fréquence de la puissance de bruit. Ainsi, la puissance du bruit est obtenue en intégrant sa DSP sur la gamme de fréquence utile.

Rq1 : Une DSP peut être associée à un comportement en tension ou en courant :

$$\dots$$

Rq2 : Dans le cas d'une DSP constante dans la bande de fréquence utile on parle alors de bruit blanc.

lien entre la DSP, la densité spectrale de bruit (v_b), la valeur efficace de bruit (V_b) et la densité spectrale de puissance de bruit (v_b^2) :

$$\dots \quad (7)$$

$$\dots \quad (8)$$

Principales sources de bruit

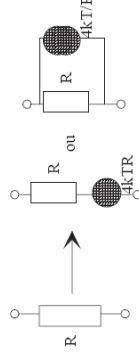
Dans ce qui suit, on se place dans un plan de fréquence monolatérale $[0 ; +\infty]$.

Bruit thermique

Dans un conducteur, sous une agitation thermique, les électrons ont des mouvements aléatoires qui génèrent des variations de potentiels qui se modélisent pour une source de bruit. Ainsi, une résistance génère un bruit d'origine thermique ayant comme densité spectrale de puissance $X(f)$.

$$\dots \quad (9)$$

On modélise ainsi la résistance 'bruyante' par un générateur de tension placé en série avec une résistance « parfaite » :



Ainsi, la tension efficace de bruit (moyenne quadratique) ou le courant efficace de bruit introduit par une résistance dans un système ayant une bande utile $f\Delta$ vaut :

$$\dots \quad (10)$$

Bruit de grenaille

Dans un système ayant une bande passante $f\Delta$, la valeur efficace de bruit généré par le 'shot noise' vaut :

$$\dots \quad (11)$$

Bruit de flicker (rose ou de scintillement)

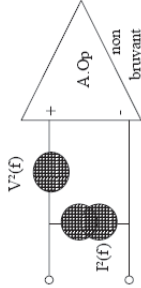
$$\dots \quad (12)$$

Bruit d'un amplificateur

Un amplificateur contient dans sa structure interne des diodes, transistor, résistances qui viennent dégrader le signal par le bruit qu'ils génèrent. Il est pratique de représenter les caractéristiques en bruit de l'amplificateur par un modèle équivalent en bruit ramenée en entrée constitué par :

- un générateur de tension de bruit placé en série (type bruit thermique),
- un générateur de courant de bruit placé en parallèle (type bruit de grenaille).

Le modèle d'un amplificateur avec son bruit ramené en entrée est le suivant :



Le modèle avec bruit ramené en entrée est obtenu par identification en calculant le bruit total en sortie de l'amplificateur pour les deux représentations de l'amplificateur (Amplificateur bruyant et amplificateur non bruyant avec bruit ramené en entrée).

L'identification est effectuée en deux temps afin de déterminer la source équivalente de bruit en tension puis la source équivalente de bruit en courant (ou inversement !) :

- ♦ $V^2(f)$: Entrée mise en court-circuit, calcul du bruit en sortie puis identification avec le calcul fait avec le bruit ramené en entrée seul ($V^2(f)$ en V^2/Hz).
- ♦ $I^2(f)$: Entrée en circuit ouvert, calcul du bruit en sortie puis identification avec $I^2(f)$ (en A^2/Hz).

Les data sheet des C.I. fournissent des renseignements concernant les valeurs V_b et I_b . Les valeurs typiques sont une tension efficace de bruit de $10nV/\sqrt{Hz}$ et un courant efficace de bruit de $0.01pA/\sqrt{Hz}$.

Bruit total

Les bruits n'étant pas corrélés entre eux (à priori...), le bruit total en sortie d'un système est la somme des bruits présents au sein du système :

$$\dots \quad (14)$$

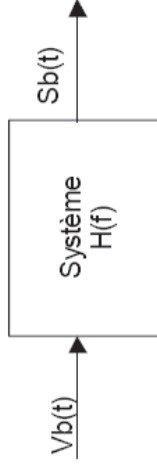
Ce qui s'applique aussi pour la DSP :

$$\dots \quad (15)$$

Prise en compte du bruit dans les systèmes

Calcul du bruit en sortie d'un système linéaire

Le calcul de la puissance de bruit en sortie d'un système s'effectue à partir de la réponse en fréquence qui lie la tension de bruit en sortie S_b à l'origine de la source de bruit V_b . Soit $H(f)$ cette fonction de transfert :



Connaissant $H(f)$, on peut écrire que :

$$S_b(f) = H(f) \cdot V_b(f)$$

Ce qui implique en terme de densité spectrale de puissance que :

$$S_b^2(f) = |H(f)|^2 \cdot V_b^2(f)$$

La densité spectrale de puissance en sortie du filtre $S_b^2(f)$ est le produit entre la densité spectrale de puissance en entrée $V_b^2(f)$ multiplié par le module élevé au carré de la fonction de transfert du système $|H(f)|^2$

La puissance en sortie se calcule en intégrant la DSP $S_b^2(f)$

$$P_{s,b} = \int_0^{+\infty} S_b^2(f) df$$

EXERCICE III : Optimisation d'une chaîne de mesure. (10 points)

On souhaite faire la mesure de l'accélération associée à un pendule pesant. Celui-ci oscille librement autour de sa position d'équilibre à sa fréquence propre $F_p = 125\text{Hz}$. Un accéléromètre uniaxe est placé à son extrémité (Figure 3). Il mesure la composante tangente à son déplacement.

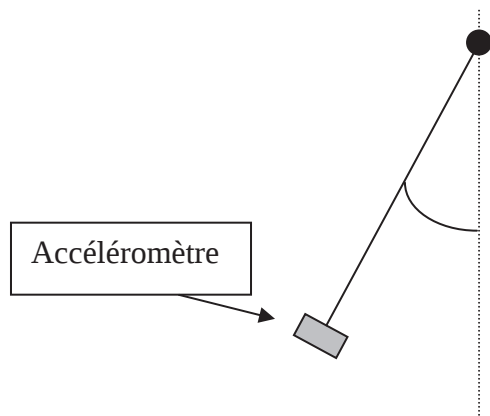


Figure 3

L'accéléromètre est un capteur différentiel résistif et linéaire qui permet de transformer le mesurande 'm' en tension ' V_C '. Le schéma équivalent du capteur est un générateur de tension parfait délivrant la tension ' V_C ', associé à une résistance ' $R_C = 10^5 \Omega$ ' en série générant un bruit blanc résistif. On rappelle que la densité spectrale de bruit blanc associée à une résistance est donnée par la relation ' $e_b = \sqrt{4k_B T R_C}$ ', où $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$, et T la température ambiante ($T = 290^\circ\text{K}$). La tension de sortie ' V_C ' varie dans la plage -1mV , $+1\text{mV}$.

Le signal est ensuite filtré, amplifié, et numérisé. Le convertisseur analogique numérique peut convertir des tensions comprises entre -10 et 10V . Plusieurs convertisseurs sont possibles, 8-12-16 bits.

1/ Quelle est l'unité de la sensibilité du capteur ?

2/ Le signal de sortie est un signal sinusoïdal variant à la fréquence F_p . Il est filtré par un filtre passe bande centré sur F_p et de largeur $2\Delta F = 20\text{Hz}$. En première approximation, on considérera que le gain du filtre est tel que : $G(F) = 1$ pour $(F_p - \Delta F) < F < (F_p + \Delta F)$, et 0 sinon.

a)- Calculer la tension efficace de bruit en sortie du filtre. Etablir l'expression du rapport signal sur bruit 'r'.

b)- On souhaite que $r < 1\%$ lorsque le signal V_C est maximal. Est-ce que le filtre est bien adapté ? Sinon, que faudrait-il faire ?

Exercice III

(1) mesurende : m acc. tangentielle (ms^{-2}).
 $V_C = S_m \quad | \quad S \text{ en } V/(\text{ms}^{-2})$

(2)

DSP $e_b \rightarrow [G(f)] \rightarrow s_b$

$s_b(f) = G(f) e_b(f)$ soit en DSP et bruit:
 $S_b^2(f) = |G(f)|^2 e_b^2(f)$

la puissance de bruit en sortie du filtre vaut $P_s = \int_0^{+\infty} S_b^2(f) df$
la val. eff de bruit en sortie est S_b avec $S_b^2 = P_s$. ce qui donne :

$S_b^2(f) = e_b^2(f)$ pour $f \in [F_p - \Delta F, F_p + \Delta F]$ soit
 $= 0$ sinon

$P_s = \int_{F_p - \Delta F}^{F_p + \Delta F} S_b^2(f) df = \int_{F_p - \Delta F}^{F_p + \Delta F} e_b^2(f) df = e_b^2 \int_{F_p - \Delta F}^{F_p + \Delta F} df = e_b^2 2\Delta F$ soit

$S_b = e_b \sqrt{2\Delta F}$ val eff. de bruit en sortie du filtre avec $e_b = \sqrt{4 k_B T R_c}$

$r = \frac{S/B}{S_b} = \frac{(V_s/\sqrt{2})}{S_b}$ avec $V_s = 1 \text{ mV}$. $S_b = \sqrt{4 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 290 \cdot 10^5 \cdot 20}$
 $= 0.18 \mu\text{V}$

$r = 3950$
 $r = 72 \text{ dB}$

b) oui cela ira bien (plutôt $1/r < 1\%$). sinon $\gg \Delta F$.